



**СЕВЕРО-КАЗАХСТАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. М. КОЗЫБАЕВА**

Б17(075.8)к.
Р931

Н. А. РЫБАЛКО

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

учебно-методическое пособие

**Петропавловск
2014**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**Северо-Казахстанский государственный университет
им. М. Козыбаева**

Н. А. РЫБАЛКО

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

учебно-методическое пособие

**Петропавловск
2014**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	4
Матрицы	4
Основные операции над матрицами	6
Определитель матрицы	9
Ранг матрицы.....	19
Решение систем линейных уравнений.....	23
Система линейных уравнений с двумя неизвестными.....	24
Система n линейных уравнений с n неизвестными.....	26
Правило Крамера	26
Матричный метод	27
Метод Гаусса.....	27
Произвольная система линейных уравнений.....	31
Системы линейных однородных уравнений	34
Примеры решения типовых задач.....	37
ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ	69
Основные понятия векторной алгебры.....	70
Операции над векторами.....	71
Базис и разложение векторов	73
Скалярное произведение векторов.....	76
Векторное и смешанное произведения векторов	79
Примеры решения типовых задач.....	82
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ	95
МЕТОД КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ	95
Декартовы прямоугольные координаты.....	95
Полярные координаты.....	97
ПРЯМАЯ ЛИНИЯ	100
Различные виды уравнения прямой	100
Взаимное расположение прямых на плоскости	102
Примеры решения типовых задач.....	104
Уравнение плоскости	112
Примеры решения типовых задач.....	115
Прямая в пространстве.....	119
Примеры решения типовых задач.....	121

КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА.....	125
Экружность	126
Эллипс.....	126
Гипербола.....	129
Парабола.....	133
Примеры решения типовых задач.....	135
ФУНЦИИ, ПРЕДЕЛЫ, НЕПРЕРЫВНОСТЬ	138
ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ	138
Определение функции.....	138
График функции	139
Четность, нечетность и периодичность функций.....	139
Способы задания функции.....	140
Монотонная и ограниченная функции	141
Неявные и параметрически заданные функции.....	141
ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ	142
БЕСКОНЕЧНО МАЛЫЕ И БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИЕ ВЕЛИЧИНЫ	144
Бесконечно малые и их свойства	144
Бесконечно большие.....	145
ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ О ПРЕДЕЛАХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ	146
Замечательные пределы	150
Сравнение бесконечно малых	151
Примеры решения типовых задач.....	157
НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ. ОДНОСТОРОННИЕ ПРЕДЕЛЫ	165
Односторонние пределы	165
Непрерывность и точки разрыва функций.....	166
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	171
ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ	171
Понятие производной.....	171
Логарифмическая производная	173
Производная неявной функции	174
Производная функции, заданной параметрически.....	175
Производные высших порядков.....	175
ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ	176

Понятие дифференциала	176
Применение дифференциала к приближенным вычислениям	176
Правила Лопитала	182
ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ	
ГРАФИКОВ	186
Условия монотонности. Экстремумы функции	186
Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба	191
Асимптоты	193
Исследование функций и построение графиков	195
ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	205
Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла	205
Свойства неопределенного интеграла. Таблица простейших интегралов	206
Примеры непосредственного интегрирования	208
ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ	215
Замена переменной интегрирования	215
Интегрирование по частям	220
Возвращение к исходному интегралу	224
ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДРОБНО - РАЦИОНАЛЬНЫХ	
ФУНКЦИЙ	226
Выделение правильной рациональной дроби	226
Интегрирование простейших рациональных дробей	227
Интегрирование правильных дробей общего вида	234
Интегрирование неправильных дробей	242
Интегрирование некоторых типов тригонометрических функций	248
Интегрирование произведений синусов и косинусов различных аргументов	248
Интегрирование некоторых иррациональных функций	256
Примеры решения типовых задач	265
ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ	271
Задача о площади криволинейной трапеции	271
Свойства определенного интеграла	274
Вычисление определенного интеграла	276
Применение формулы Ньютона-Лейбница	276

Замена переменной в определенном интеграле.....	277
Интегрирование по частям в определенном интеграле	279
Интегрирование четных и нечетных функций	280
Приложения определенного интеграла	282
Площадь плоской фигуры.....	282
Объем тела вращения	288
Площадь поверхности вращения.....	290
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	293