

Л 2004

7704

Г. Полюа, Г. Сеге

ЗАДАЧИ И ТЕОРЕМЫ
ИЗ АНАЛИЗА

I

Г. ПОЛИА, Г. СЕГЕ

12004
7704

ЗАДАЧИ И ТЕОРЕМЫ ИЗ АНАЛИЗА

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

РЯДЫ. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ

Перевод с немецкого
Д. А. РАЙКОВА

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ

ления
81
88
89
90
93

94
97
98



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1978

02
06
07
08
10
11

ОГЛАВЛЕНИЕ

От издательства	7
Предисловие	8
Обозначения и сокращения	16

ОТДЕЛ ПЕРВЫЙ

БЕСКОНЕЧНЫЕ РЯДЫ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Глава 1

Вычисления со степенными рядами

	<i>Задачи</i>	<i>Решения</i>
§ 1 (1—31). Задачи из аддитивной теории чисел	19	181
§ 2 (32—43). Биномиальные коэффициенты и прочее	23	188
§ 3 (44—49). Дифференцирование степенных рядов	25	189
§ 4 (50—60). Определение коэффициентов при помощи функциональных уравнений	27	190
§ 5 (61—64). Мажорантные ряды	28	193

Глава 2

Преобразования рядов. Теорема Чезаро

§ 1 (65—78). Преобразование последовательностей в последовательности в случае, когда в каждой строке схемы имеется только конечное число элементов, отличных от нуля	29	194
§ 2 (79—82). Преобразование последовательностей в последовательности (общий случай)	32	197
§ 3 (83—97). Преобразования последовательностей в функции. Теорема Чезаро	33	198

Глава 3

Структура вещественных последовательностей и рядов

§ 1 (98—112). Структура бесконечных последовательностей	37	202
§ 2 (113—116). Показатель сходимости	40	206
§ 3 (117—123). Максимальный член степенного ряда	40	207
§ 4 (124—132). Части рядов	43	208
§ 5 (133—137). Перестановки членов вещественного ряда	44	210
§ 6 (138—139). Распределение знаков членов ряда	46	211

Глава 4

Смешанные задачи

	Задачи	Решения
§ 1 (140—155). Обвертывающие ряды	46	212
§ 2 (156—185). Прочие задачи, относящиеся к вещественным рядам	50	216

ОТДЕЛ ВТОРОЙ

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Глава 1

Интеграл как предел сумм площадей прямоугольников

§ 1 (1—7). Нижние и верхние суммы	56	227
§ 2 (8—19). Степень приближения	59	228
§ 3 (20—29). Несобственные интегралы в конечных пределах	61	232
§ 4 (30—40). Несобственные интегралы в бесконечных пределах	63	234
§ 5 (41—47). Теоретико-числовые применения	65	236
§ 6 (48—59). Средние значения. Произведения	67	238
§ 7 (60—68). Кратные интегралы	70	241

Глава 2

Неравенства

1 (69—97). Неравенства	72	244
----------------------------------	----	-----

Глава 3

Из теории функций действительного переменного

1 (98—111). Интегрируемость в собственном смысле	82	252
2 (112—118). Несобственные интегралы	84	256
3 (119—127). Непрерывные, дифференцируемые, выпуклые функции	86	258
4 (128—146). Особые интегралы, теорема Вейерштрасса	87	264

Глава 4

Различные типы равномерного распределения

§ 1 (147—161). Числовая функция. Регулярные последовательности	91	269
§ 2 (162—165). Критерии равномерного распределения	94	273
§ 3 (166—173). Распределение кратных иррационального числа	95	275
§ 4 (174—184). Распределение цифр в таблице логарифмов и аналогичные задачи	97	276
§ 5 (185—194). Другие типы равномерного распределения	99	281

Глава 5

Функции больших чисел

	Задачи	Решения
§ 1 (195—209). Метод Лапласа	103	283
§ 2 (210—217). Модификации метода Лапласа	106	287
§ 3 (218—222). Асимптотическое вычисление некоторых максимумов	108	291

ОТДЕЛ ТРЕТИЙ

ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Глава 1

Комплексные числа и последовательности

§ 1 (1—15). Области и кривые. Вычисления с комплексными числами	110	293
§ 2 (16—27). Расположение корней алгебраических уравнений	112	296
§ 3 (28—35). Продолжение: теорема Гаусса	115	299
§ 4 (36—43). Комплексные числовые последовательности	116	302
§ 5 (44—50). Продолжение; преобразования рядов	118	304
§ 6 (51—54). Изменение порядка членов в комплексных рядах	119	308

Глава 2

Отображения и векторные поля

§ 1 (55—59). Дифференциальные уравнения Коши—Римана	120	309
§ 2 (60—84). Специальные элементарные отображения	121	310
§ 3 (85—102). Векторные поля	126	315

Глава 3

Геометрическое поведение функций

§ 1 (103—116). Отображение окружности. Кривизна и опорные функции	131	320
§ 2 (117—123). Средние значения вдоль окружности	134	322
§ 3 (124—129). Отображение круга. Площадь области, получаемой при отображении	136	323
§ 4 (130—144). Поверхность модуля. Принцип максимума	137	324

Глава 4

Интеграл Коши. Принцип аргумента

§ 1 (145—171). Интеграл Коши	140	328
§ 2 (172—178). Формулы Пуассона и Иенсена	145	338
§ 3 (179—193). Принцип аргумента	148	341
§ 4 (194—206). Теорема Рушэ	150	344

Глава 5

Последовательности аналитических функций

	<i>Задачи Решения</i>	
§ 1 (207—229). Ряд Лагранжа и его применения	152	347
§ 2 (230—240). Вещественная часть степенного ряда	157	355
§ 3 (241—247). Полюсы на границе круга сходимости	159	359
§ 4 (248—250). Тождественное обращение в нуль степенных рядов	160	361
§ 5 (251—258). Распространение сходимости	162	363
§ 6 (259—262). Сходимость в разделенных областях	163	365
§ 7 (263—265). Порядок возрастания последовательностей полиномов	164	368

Глава 6

Принцип максимума

§ 1 (266—279). Различные формулировки принципа максимума	165	369
§ 2 (280—298). Лемма Шварца	167	372
§ 3 (299—310). Теорема Адамара о трех кругах	171	378
§ 4 (311—321). Гармонические функции	173	381
§ 5 (322—340). Метод Фрагмена и Линделёфа	174	383
Предметный указатель	389	