



СЕВЕРО-КАЗАХСТАНСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М. КОЗЫБАЕВА

А 2015

849 10

В. П. КУЛИКОВ  
В. П. КУЛИКОВА

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**  
(Прикладной аспект)

Часть 3

*учебно-методическое пособие*

Петропавловск  
2013

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ ИЛИ ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ В ТЕОРИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ</b> .....	8
<b>ПРИБЛИЖЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ</b> .....	10
<i>ВВЕДЕНИЕ</i> .....	10
<i>ПРИБЛИЖЕННОЕ НАХОЖДЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ</i> .....	11
Способ 1: получение формул численного дифференцирования элементарными средствами.....	11
Способ 2: численное дифференцирование на основе идеи интерполирования .....	20
Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.....	23
Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционной формуле Лагранжа .....	28
<i>ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ</i> .....	33
<i>ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИИ</i> .....	35
ЭТО ИНТЕРЕСНО.....	40
ЭТО ВАЖНО... ..	42
<b>ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b> .....	44
<b>ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ</b> .....	47
<b>ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</b> .....	48
ВВЕДЕНИЕ .....	48
<b>ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КОШИ</b> .....	51

<i>МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ПИКАРА</i> .....	53
<i>ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ</i> .....	56
<i>ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ</i> .....	59
Метод Эйлера. Разные подходы к построению .....	61
Квадратурный способ.....	61
Геометрический способ.....	71
Применение формулы Тейлора .....	74
Разностный способ .....	75
Модификации метода Эйлера.....	76
Неявный (обратный) метод Эйлера .....	76
Метод трапеций .....	77
Метод Хойна .....	78
Усовершенствованный метод Эйлера-Коши с итерационной обработкой.....	79
Уточненный метод Эйлера .....	82
Исправленный метод Эйлера.....	86
<i>МЕТОД РУНГЕ-КУТТА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА</i> .....	88
Это интересно ... ..	91
Примеры .....	92
Метод Рунге-Кутта четвертого порядка для ОДУ второго порядка.....	97
Это интересно (метод Рунге-Кутта-Фельберга) .....	101
<i>МЕТОД ПРОГНОЗА И КОРРЕКЦИИ</i> .....	103
Сходимость итерационного процесса.....	105

Устойчивость метода прогноза и коррекции .....	106
<i>МЕТОД НИСТРЕМА</i> .....	109
<i>МНОГОШАГОВЫЙ МЕТОД АДАМСА ПРЕДИКТОР-КОРРЕКТОР</i> .....	112
<i>ЭТО ИНТЕРЕСНО</i> (числа Фибоначчи) .....	115
<i>КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</i> .....	116
Решение линейной краевой задачи методом редукции к задачам Коши .....	117
Решение линейной краевой задачи методом конечных разностей .....	119
Решение краевой задачи методом пристрелки .....	122
<i>ЭТО ВАЖНО</i> .....	125
<b>ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b> .....	125
<b>ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ</b> .....	138
<b>ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ</b> .....	140
<b>ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦЫ</b> .....	141
<i>МЕТОД ДАНИЛЕВСКОГО РАЗВЕРТЫВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ</i> .....	145
Схема преобразования матрицы $A$ в подобную ей матрицу Фробениуса .....	147
Вычисление собственных векторов по методу Данилевского .....	156
<i>РАЗВЕРТЫВАНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ЛЕВЕРРЬЕ-ФАДДЕЕВА</i> .....	159

<i>МЕТОД ИТЕРАЦИЙ</i> .....	162
Определение наибольшего собственного числа и первого собственного вектора.....	162
Определение последующих собственных чисел и принадлежащих им собственных векторов.....	167
Метод обратных итераций определения минимального по модулю собственного числа матрицы.....	168
<i>МЕТОД ВРАЩЕНИЯ ЯКОБИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ И ВЕКТОРОВ</i> .....	171
Это интересно ... ..	179
<i>ЭТО ВАЖНО</i> ... ..	181
<i>ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</i> .....	183
<i>ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ</i> .....	187
<i>ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ:</i> .....	187
<b>ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ</b> .....	187
<i>ВВЕДЕНИЕ</i> .....	187
<i>ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ РЯДАМИ ФУРЬЕ</i> .....	193
<i>ПРИМЕНЕНИЕ ДПФ ДЛЯ ИНТЕРПОЛЯЦИИ И     АППРОКСИМАЦИИ</i> .....	198
<i>ЭТО ВАЖНО</i> ... ..	203
<i>ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ     РАБОТЫ</i> .....	205
<i>ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ</i> .....	211
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ, КОТОРОЕ МОЖЕТ СТАТЬ НАЧАЛОМ</b> .....	212

<i>ВЫЧИСЛЕНИЯ – НАУКА, ИСКУССТВО ИЛИ РЕМЕСЛО?</i> .....	212
<i>ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ ДЛЯ ОБСУЖДЕНИЯ</i> .....	227
<i>ЭТО ВАЖНО: изменение корректности при эквивалентных преобразованиях математических моделей</i> .....	229
<i>ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ ДЛЯ ОБСУЖДЕНИЯ</i> .....	244
<i>ЭВМ МНОГОКРАТНО УВЕЛИЧИВАЕТ НЕКОМПЕТЕНТНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЯ</i> .....	244
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ</b> .....	246
<i>МЕТОД ПРОГОНКИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ С ТРЕХДИАГОНАЛЬНОЙ МАТРИЦЕЙ</i> .....	246
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	252