

У 2004
725

ТЕОРИЯ МАТРИЦ

Ф. Р. ГАХТМАХЕР

|

0

|

$b(\lambda)$

0

|

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие автора к первому изданию	7
Предисловие редактора ко второму изданию	10
Предисловие редактора к четвертому изданию	10

ЧАСТЬ I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Глава I. Матрицы и действия над ними	13
§ 1. Матрицы. Основные обозначения	13
§ 2. Сложение и умножение прямоугольных матриц	15
§ 3. Квадратные матрицы	23
§ 4. Ассоциированные матрицы. Миноры обратной матрицы	28
§ 5. Обращение прямоугольных матриц. Псевдообратная матрица	31
Глава II. Алгоритм Гаусса и некоторые его применения	39
§ 1. Метод исключения Гаусса	39
§ 2. Механическая интерпретация алгоритма Гаусса	43
§ 3. Детерминантное тождество Сильвестра	45
§ 4. Разложение квадратной матрицы на треугольные множители	46
§ 5. Разбиение матрицы на блоки. Техника оперирования с блочными матрицами. Обобщенный алгоритм Гаусса	52
Глава III. Линейные операторы в n-мерном векторном пространстве	61
§ 1. Векторное пространство	61
§ 2. Линейный оператор, отображающий n -мерное пространство в m -мерное	65
§ 3. Сложение и умножение линейных операторов	67
§ 4. Преобразование координат	68
§ 5. Эквивалентные матрицы. Ранг оператора. Неравенства Сильвестра	70
§ 6. Линейные операторы, отображающие n -мерное пространство само в себя	74
§ 7. Характеристические числа и собственные векторы линейного оператора	77
§ 8. Линейные операторы простой структуры	79
Глава IV. Характеристический и минимальный многочлены матрицы	82
§ 1. Сложение и умножение матричных многочленов	82
§ 2. Правое и левое деление матричных многочленов. Обобщенная теорема Безу	84
§ 3. Характеристический многочлен матрицы. Присоединенная матрица	86
§ 4. Метод Д. К. Фаддеева одновременного вычисления коэффициентов характеристического многочлена и присоединенной матрицы	90
§ 5. Минимальный многочлен матрицы	92
Глава V. Функции матрицы	96
§ 1. Определение функции матрицы	96
§ 2. Интерполяционный многочлен Лагранжа — Сильвестра	100
§ 3. Другие формы определения $f(A)$. Компоненты матрицы A	103
§ 4. Представление функций матриц рядами	107
§ 5. Некоторые свойства функций матриц	111
§ 6. Применение функций матрицы к интегрированию системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	115
§ 7. Устойчивость движения в случае линейной системы	121

Глава VI. Эквивалентные преобразования многочленных матриц. Аналитическая теория элементарных делителей	126
§ 1. Элементарные преобразования многочленной матрицы	126
§ 2. Канонический вид λ -матрицы	130
§ 3. Инвариантные многочлены и элементарные делители многочленной матрицы	133
§ 4. Эквивалентность линейных двучленов	138
§ 5. Критерий подобия матриц	140
§ 6. Нормальные формы матрицы	141
§ 7. Элементарные делители матрицы $f(A)$	145
§ 8. Общий метод построения преобразующей матрицы	149
§ 9. Второй метод построения преобразующей матрицы	152
Глава VII. Структура линейного оператора в n-мерном пространстве (геометрическая теория элементарных делителей)	160
§ 1. Минимальный многочлен вектора, пространства (относительно заданного линейного оператора)	160
§ 2. Расщепление на инвариантные подпространства с взаимно простыми минимальными многочленами	161
§ 3. Сравнения. Надпространство	164
§ 4. Расщепление пространства на циклические инвариантные подпространства	166
§ 5. Нормальная форма матрицы	170
§ 6. Инвариантные многочлены. Элементарные делители	173
§ 7. Нормальная жорданова форма матрицы	176
§ 8. Метод А. Н. Крылова преобразования векового уравнения	178
Глава VIII. Матричные уравнения	187
§ 1. Уравнение $AX = XB$	187
§ 2. Частный случай: $A = B$. Перестановочные матрицы	191
§ 3. Уравнение $AX - XB = C$	194
§ 4. Скалярное уравнение $f(X) = 0$	195
§ 5. Матричное многочленное уравнение	196
§ 6. Извлечение корня m -й степени из невырожденной матрицы	199
§ 7. Извлечение корня m -й степени из вырожденной матрицы	202
§ 8. Логарифм матрицы	206
Глава IX. Линейные операторы в унитарном пространстве	209
§ 1. Общие соображения	209
§ 2. Метризация пространства	209
§ 3. Критерий Грама линейной зависимости векторов	212
§ 4. Ортогональное проектирование	213
§ 5. Геометрический смысл определителя Грама и некоторые неравенства	215
§ 6. Ортогонализация ряда векторов	219
§ 7. Ортонормированный базис	223
§ 8. Сопряженный оператор	225
§ 9. Нормальные операторы в унитарном пространстве	228
§ 10. Спектр нормальных, эрмитовых, унитарных операторов	230
§ 11. Неотрицательные и положительно определенные эрмитовы операторы	233
§ 12. Полярное разложение линейного оператора в унитарном пространстве. Формулы Кэли	234
§ 13. Линейные операторы в евклидовом пространстве	238
§ 14. Полярное разложение оператора и формулы Кэли в евклидовом пространстве	244
§ 15. Коммутирующие нормальные операторы	247
§ 16. Псевдообратный оператор	249
Глава X. Квадратичные и эрмитовы формы	251
§ 1. Преобразование переменных в квадратичной форме	251
§ 2. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Закон инерции	252
§ 3. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Формула Якоби	254
§ 4. Положительные квадратичные формы	259
§ 5. Приведение квадратичной формы к главным осям	262
§ 6. Пучок квадратичных форм	264
§ 7. Экстремальные свойства характеристических чисел регулярного пучка форм	269
§ 8. Малые колебания системы с n степенями свободы	275
§ 9. Эрмитовы формы	279
§ 10. Ганкелевы формы	284

ЧАСТЬ II

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Глава XI. Комплексные симметрические, кососимметрические и ортогональные матрицы	295
§ 1. Некоторые формулы для комплексных ортогональных и унитарных матриц	295
§ 2. Полярное разложение комплексной матрицы	299
§ 3. Нормальная форма комплексной симметрической матрицы	301
§ 4. Нормальная форма комплексной кососимметрической матрицы	303
§ 5. Нормальная форма комплексной ортогональной матрицы	308
Глава XII. Сингулярные пучки матриц	312
§ 1. Введение	312
§ 2. Регулярный пучок матриц	313
§ 3. Сингулярные пучки. Теорема о приведении	315
§ 4. Каноническая форма сингулярного пучка матриц	320
§ 5. Минимальные индексы пучка. Критерий строгой эквивалентности пучков	322
§ 6. Сингулярные пучки квадратичных форм	325
§ 7. Приложения к дифференциальным уравнениям	328
Глава XIII. Матрицы с неотрицательными элементами	332
§ 1. Общие свойства	332
§ 2. Спектральные свойства неразложимых неотрицательных матриц	334
§ 3. Разложимые матрицы	344
§ 4. Нормальная форма разложимой матрицы	351
§ 5. Прimitивные и импрimitивные матрицы	355
§ 6. Стохастические матрицы	359
§ 7. Предельные вероятности для однородной цепи Маркова с конечным числом состояний	363
§ 8. Вполне неотрицательные матрицы	371
§ 9. Осцилляционные матрицы	375
Глава XIV. Различные критерии регулярности и локализация собственных значений	382
§ 1. Критерий регулярности Адамара и его обобщения	382
§ 2. Норма матрицы	385
§ 3. Распространение критерия Адамара на блочные матрицы	387
§ 4. Критерий регулярности Фидлера	389
§ 5. Круги Гершгорина и другие области локализации	390
Глава XV. Приложения теории матриц к исследованию систем линейных дифференциальных уравнений	394
§ 1. Системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Общие понятия	394
§ 2. Преобразование Ляпунова	396
§ 3. Приводимые системы	398
§ 4. Каноническая форма приводимой системы. Теорема Еругина	400
§ 5. Матрицант	403
§ 6. Мультипликативный интеграл. Инфинитезимальное исчисление Вольтерра	407
§ 7. Дифференциальные системы в комплексной области. Общие свойства	411
§ 8. Мультипликативный интеграл в комплексной области	413
§ 9. Изолированная особая точка	416
§ 10. Регулярная особая точка	421
§ 11. Приводимые аналитические системы	433
§ 12. Аналитические функции многих матриц и их применение к исследованию дифференциальных систем. Работы И. А. Лаппо-Данилевского	436
Глава XVI. Проблема Рауса — Гурвица и смежные вопросы	440
§ 1. Введение	440
§ 2. Индексы Коши	441
§ 3. Алгоритм Рауса	444
§ 4. Особые случаи. Примеры	447
§ 5. Теорема Ляпунова	450

§ 6. Теорема Рауса — Гурвица	453
§ 7. Формула Орландо	458
§ 8. Особые случаи в теореме Рауса — Гурвица	460
§ 9. Метод квадратичных форм. Определение числа различных вещественных корней многочлена	463
§ 10. Бесконечные ганкелевы матрицы конечного ранга	465
§ 11. Определение индекса произвольной рациональной дроби через коэффициенты числителя и знаменателя	467
§ 12. Второе доказательство теоремы Рауса — Гурвица	473
§ 13. Некоторые дополнения к теореме Рауса — Гурвица. Критерий устойчивости Лъенара и Шипара	477
§ 14. Некоторые свойства многочлена Гурвица. Теорема Стильтьеса. Представление многочленов Гурвица при помощи непрерывных дробей	481
§ 15. Область устойчивости. Параметры Маркова	486
§ 16. Связь с проблемой моментов	489
§ 17. Связь между определителями Гурвица и определителями Маркова	492
§ 18. Теоремы Маркова и Чебышева	494
§ 19. Обобщенная задача Рауса — Гурвица	500
Д о б а в л е н и е. Неравенства для собственных и сингулярных чисел (В. Б. Лидский)	502
Примечания	526
Список литературы	531
Предметный указатель	544