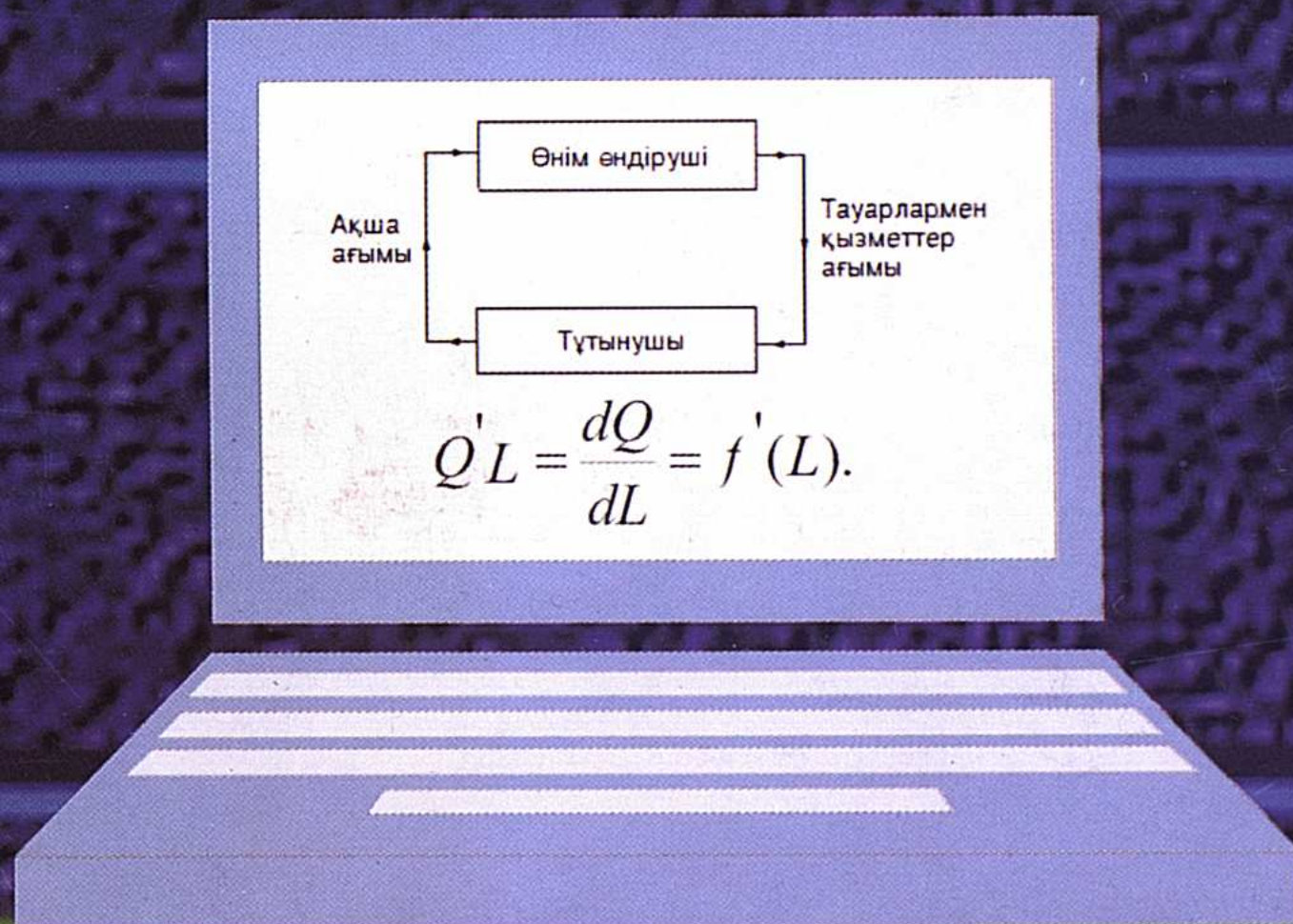


1 2008
5502k

Қ.А. АХМЕТОВ, Р.А. АСАЕВ,
А.О. ИМАШЕВА, Г.Қ. ЧАЛҒЫНБАЕВА

ЭКОНОМЕТРИЯ



АЛМАТЫ

**Қ.А. АХМЕТОВ, Р.А. АСАЕВ,
А.О. ИМАШЕВА, Г.Қ. ЧАЛГЫНБАЕВА**

ЭКОНОМЕТРИЯ

**Қазақстан Республикасы жоғары оқу орындарының барлық
экономика мамандықтарына арналған оқу құралы**

Алматы, 2007

УДК ~~378(075.8)~~:330.4

ББК 6566

Э40

**Ахметов Қ.А., Асаев Р.А.,
Имашева А.О., Чалғынбаева Г.Қ.**

Э40. Эконометрия: Қазақстан Республикасы жоғары оқу орындарының барлық экономика мамандықтарына арналған оқу құралы.- “Агроуниверситет” баспасы.- Алматы, 2007.- 262 бет.

ISBN 9965-671-71-0

Эконометриялық заңдылықтарды зерттеу және талдау технологияларын оқып үйренуге арналған, қазақ тілінде бірінші рет Республика деңгейінде “Эконометрия” пәнінен жазылған оқу құралы. Онда статистикалық деректер және уақыттық қатарлар бойынша эконометриялық модельдер құрудың қысқаша әдістемелік нұсқаулары, тәжірибеде кездесетін экономикалық есептерді шешу, MS Excel –дегі деректерді өңдеуге арналған пакеттерді қолдану тәсілдері және осы пакеттермен эконометриялық модельдерді құру әдістері жан-жақты қарастырылады.

Оқу құралы барлық экономика мамандықтары студенттеріне, магистранттарға, аспиранттарға, жоғары оқу орындарының оқытушыларына және ғылыми жұмыспен айналысатын ізденушілерге арналған.

ББК 6566

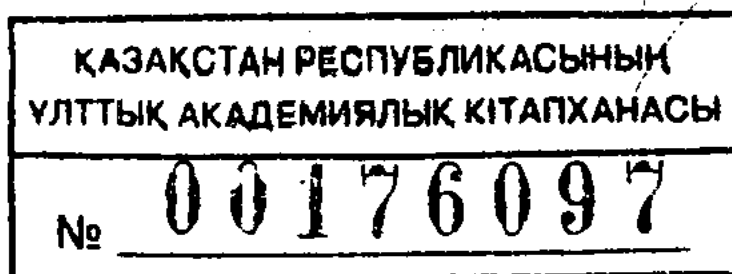
Пікір жазғандар: **Сапарбаев Ә.Ж.**, э.ғ.д., профессор;
Рахметова Р.Ө., э.ғ.д., профессор.

0601000000

A_____

00 /05/- 05

ISBN 9965-671-71-0



© Ахметов Қ.А. және т.б., 2007

© “Агроуниверситет” баспасы, 2007

М А З М Ұ Н Ы

Алғы сөз.....	5
1 Вариациялық қатардың негізгі сипаттамалары	9
1.1 Вариациялық қатарлар және олардың графиктері	9
1.2 Орташа шамалар	21
1.3 Вариация көрсеткіштері	30
1.4 Есептерді компьютерде шығару жолдары.....	34
Тапсырмалар.....	37
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар.....	40
2 Экономикалық байланыстарды зерттеудегі негізгі түсініктер	41
2.1 Экономикадағы корреляциялық байланыстар	41
2.2 Эконометриялық модельдер және оларды құру кезеңдері	44
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар.....	53
3 Эконометриялық зерттеулердегі бір факторлы корреляция және сызықты регрессия	54
3.1 Ең кіші квадраттар әдісі	54
3.2 Есепті қою және математикалық модельді талдау	56
3.3 Бір факторлы сызықты байланыстардың түсіндірмесі және бағалануы	59
3.4 Жұптық сызықты тәуелділіктің аналитикалық сипаттамасы	67
3.5 Жұптық регрессия есептерін компьютермен шығару	70
Тапсырмалар.....	74
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар.....	77
4 Эконометриялық зерттеулердегі бір факторлы қисық сызықты регрессия	79
4.1 Қисық сызықты регрессияларды түрлендіру	79
4.2 Тәжірибелік деректер бойынша математикалық модель құру	84
4.3 Бір факторлы қисық сызықты байланыстардың түсіндірмесі және бағасы	87
4.4 Жұптық қисық сызықты байланыстардың аналитикалық сипаттамалары	90
4.5 Нәтижелік көрсеткіштің орташа тиімділігі	93
4.6 Компьютерде қисық сызықты модельдерді құру	97
Тапсырмалар	104
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар	111
5 Көп факторлы регрессиялық тендеулер арқылы эконометриялық модельдерді құру	113
5.1 Көп факторлы регрессиялық тендеулер	113

күрудағы ерекшеліктер	113
5.2 Көп факторлы сызықты регрессия теңдеулерінің параметрлерін есептеу	119
5.3 Көп факторлы сызықты байланыстардың аналитикалық сипаттамалары	127
5.4 Компьютерде көп факторлы регрессия моделін тұрғызу	133
Тапсырмалар	138
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар	144
6 Эконометриялық тренд модельдері	145
6.1 Динамикалық экономикалық көрсеткіштер	145
6.2 Динамикалық өсу қисықтары негізінде құрылатын экономикалық тренд модельдері	152
6.3 Адаптивті модельдер және олармен болжау	164
6.4 Компьютерде тренд модельдерімен болжау	180
Тапсырмалар	189
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар	191
7 Микроэкономикадағы эконометриялық модельдер және оларды тәжірибеде қолдану ерекшеліктері	193
7.1 "Сұраныс" пен "Ұсыныс" заңдылықтары	193
7.2 Сұраныс және тұтыныс үрдістерінің эконометриялық модельдері туралы түсініктер.....	200
7.3 Шектік пайданы эконометриялық модельдермен есептеу әдістері	208
7.4 Шектік көрсеткіштерді эконометриялық талдау	212
7.5 Эконометриялық модельдердің экстремальды (оптималды) мәнін анықтау әдістері.....	217
7.6 Эконометриялық модельдермен оптималдау әдістері	225
7.7 Эконометриялық-матрицалық модельдер	234
7.8 Компьютерде эконометриялық модельдермен есептеулер	248
Тапсырмалар	254
Өз білімін тексеруге арналған сұрақтар	256
Әдебиеттер.....	258
Статистикалық кестелер	259

Қысқартылған белгілер:

ҚР – Қазақстан Республикасы.	ШҚО – Шығыс Қазақстан облысы.
СҚО – Солтүстік Қазақстан облысы.	БҚО – Батыс Қазақстан облысы.
ОҚО – Оңтүстік Қазақстан облысы.	ц/га – 1 га-дан алынған түсім.
мың тг – мың тенге.	мың т – мың тонна.

АЛҒЫ СӨЗ

Нарық жағдайында шаруашылықтың экономикалық ұтымды дамуын қамтамасыз ету үшін, оның өндірістік жұмыстарын және қызметтерін сипаттайтын статистикалық және экономикалық ақпараттарды сапалы өңдеп, дәйікті шешім қабылдау қазіргі кезеңнің ең басты талабы. Шаруашылық жүйесінің тиімді жұмысын қамтамасыздандыру жолында, нақты экономикалық тиімді саясатты жүргізу, шаруашылық қызметінің әртүрлі факторлары мен нәтижесінің байланыс заңдылықтарын зерттеп, олардың қасиеттерін жақсы түсіну, маманның басты міндеті. Шаруашылық басшылары, экономисттер және басқару шешімін қабылдаудағы жауапты адамдар өндіріс жүйесінің экономикалық көрсеткіштерінің байланыстарын терең түсініп, шаруашылықтың экономикалық нәтижесін жақсарту мақсатында әр түрлі ұтымды шешімдер қабылдай алатындай дәрежеде болуы нарық жағдайында ауадай қажетті мәселелердің бірі. Мұндай мәселелерді шешуде әр маман күнделікті іс-әрекеттерінде математикалық әдістерді, шаруашылық деңгейінде өндірістік және экономикалық көрсеткіштердің эконометриялық модельдерін тұрғызу әдістері мен қазіргі есептеу техникасын кеңінен қолдана білуге тиіс.

“Эконометрия” екі: “Экономика” және “Метрия” (өлшеу) деген сөздің құрастарымынан тұрады да, “экономикада өлшеу” деген мағынаны білдіреді.

Экономикалық ілімді оқып және үйрену жұмыстарын сабақ аралық байланыстармен қарастыру керектігі эконометриялық пәннің пайда болуына үлкен әсерін тигізді. Бұл ғылым мынадай үш білімнің байланысынан пайда болды:

- экономикалық теория;
- математикалық экономика;
- экономикалық және математикалық статистика.

Ақпараттық технологиялардың дамуы, мәліметтерді талдау әдістерінің жетістіктері, эконометриялық пәнді экономикалық зерттеулер жүргізудегі ең қуатты құралға айналдырды.

Сөйтіп, эконометрия - сандық заңдылықтарды және экономикалық құбылыстар мен үрдістердің бір-бірімен өзара байланыстарын зерттейтін ғылым.

Экономикалық құбылыстар мен үрдістердің дамуын қарастыратын факторлар мен нәтижелік көрсеткіштер эконометрия пәні деп аталады. Оның басты құралы—экономикалық-математикалық әдіс, ал міндеті – математикалық статистика әдістері көмегімен нақты (эмпириялық) деректер бойынша қарастырып отырған экономикалық құбылыстың экономикалық өзгеру заңдылығын, яғни теориясын тексеру.

Нарық экономикасына көшу барысында түбегейлі реформаны жүзеге асыру, шаруашылық қызметінде эконометриялық есептеулер жүргізіп, тиімді болашақ нәтижелерді көрсету және оларға жету жолдарын анықтау қазіргі кезеңнің негізгі талабы.

Эконометриялық есептеулер шаруашылық қызметін, менеджмент саясатын жақсартудың тиімді құралы, мұндай есептеулерсіз жоғары экономикалық көрсеткіштерге жету мүмкін емес. Эконометриялық есептеулер нарықтық экономика принциптерін қадағалауда, факторлар әсерін дұрыс бағалауға және осындай есептеулерді өндіріске енгізу нәтижесінде жоғары экономикалық көрсеткішке жетуге көмектеседі.

Кәсіпорынның тұрақты қаржылық жағдайының дамуы, оның өндірістік басқару, ұйымдастыру және алдыңғы кезеңдерді нақтылы болжау қызметтерімен тығыз байланысты және осы аталған қызметтерді іске, жүзеге асырғанда, сонымен қатар күнделікті басқару жұмысын сенімді экономикалық шешімдерге негіздеп атқарғанда, көзделген мақсат орындалуы мүмкін. Қазіргі кезде басқару шешімдерін қабылдау принциптері үлкен маңызды мәселе, ол эконометрияның негізгі мақсаттарының бірі.

Сонымен, шаруашылық объектілерінің өндірістік жұмыс шарттарын өзгертетін, нарықтық экономикада шаруашылық қызметінің макро- және микроэкономикалық факторларының даму жолдарын болжау эконометрия есебіне жатады.

Сөйтіп, эконометриялық есептеулер шаруашылықтың тиімді даму мәселелерін қарастыратын әдістер және ол нарық жағдайында өндіріс көрсеткіштерінің бағытын нақтылы анықтау, бағалау және талдау үшін қажет.

Ұсынылып отырған оқу құралын оқып пайдалану нәтижесінде студенттер кеңістіктік және уақыттық қатарлар деректері бойынша эконометриялық модель құруға машықтанып, модель параметрін бағалау әдістерін таңдауды, нәтижелердің түсініктемесін және болжамдық бағалар алуды үйренеді.

Студенттер осы пәнді оқу барысында алған білімдерін өндірісті тиімді ұйымдастыруда, әр түрлі өндірістік көрсеткіштерді талдауда, жоспарлау мен басқаруда, тәжірибелік және ғылыми-зерттеу жұмыстарында пайдалана алады.

Оқу құралы 7 бөлімнен тұрады. Бірінші бөлімнен бесінші бөлімге дейін қысқаша “Математикалық статистика” пәнінде кездесетін кейбір математикалық әдістерді қолданудың теориялық негізі, дербес компьютерде есептеу технологиясы, тәжірибелік есептерді шығару түсіндірмесі қарапайым мысалдарды орындау негізінде баяндалған. Кітаптың алдыңғы бөлімдерінде жаппай белгілі, тәжірибеде кеңінен қолданылатын эконометриялық модельдер мен экономикалық үрдісті болжаудың экстрополяциялық модельдері берілген. Бірінші бөлімде негізгі түсініктер, статистикалық және корреляциялық байланыс, тығыздық дәрежесі бойынша байланыстарды жіктеу, нәтижелік және факторлық белгілер және корреляциялық-регрессиялық талдау есебі қараластырылады.

Қалған үш бөлім мағыналары бойынша рет ретімен күрделене беретін, құрылымы бірдей төрт тақырыптан құрылған. Бірінші тақырыпта негізгі түсініктер, анықтамалар және қысқаша әдістемелік нұсқау, екіншісінде тақырыпта тәжірибелік есептерді шешу тәсілдері, үшіншісінде тәжірибелік есептерді MS Excel құрамындағы пакеттер программаларымен компьютерде шығару және осы пакеттермен жұмыс жүргізудің әдістемелік нұсқауы, ал ақырғы тақырыпта студенттерге арналған жаттығулар, бақылау сұрақтары және есептер келтіріледі. Есептердің мағынасы мен шарттары және бақылау тапсырмалары статистикалық жинақтар мен әртүрлі басылымдар деректерімен және шартты мағлұматтар бойынша құрылды. Барлық тапсырмалар шарттары эконометриялық талдау нәтижесін қолдану мақсатында тексерілді.

Кітаптың алтыншы бөлімінде динамикалық (уақыттық) қатарлар туралы түсінік, эконометриялық тренд модельдері, оларды тәжірибеде қолдану технологиялары және жетінші бөлімінде

микроэкономикадағы эконометриялық модельдер және оларды тәжірибеде қолданудың кейбір ерекшеліктері қарастырылады.

Оқулықта “Математикалық статистика” және “Теориялық статистика” пәндерінен белгілі кейбір статистикалық параметрлердің атаулары жиі қолданылады. Мысалға, сұрыпталған жиын, бас жиын, нөлдік гипотеза және т.б.с.с.

Деректер ресми статистикалық басылымдар материалдарымен, мысалы “Қазақстанның ауылшаруашылық, орман және балық шаруашылығы” және “Халық тұрғындарының өмір сүру деңгейі” сияқты Қазақстан Республикасы статистика бойынша Агенттігінің статистикалық жинақтары арқылы толықтырылуы мүмкін.

Оқу құралында “Әдістемелік нұсқау”, “Тәжірибелік есептерді шешу” және “Тәжірибелік есептерді компьютерде шығару” бөлімдерінде есепті қоядан бастап барлық шығару тәсілдері баяндалынып, оларда қарастырылған статистикалық және эконометриялық әдістерді студенттер ешқандай қиындықсыз үйренуі қарастырылған. Аталған бөлімдер оқытушыларға тәжірибелік сабақтар мазмұнын жоспарлау үшін де пайдалы деп санаймыз.

Қарастырылып отырған оқу құралы эконометриялық есептерді шығару барысында “Компьютерде деректерді талдау” мәселесін және “Математикалық статистика” әдістерін терең ұғып, оларды ісжүзінде қолдануға үлкен әсерін тигізеді деп сенеміз.

Оқу құралы Қазақ ұлттық аграрлық университеттің “Агрожүйелерін модельдеу” кафедрасының оқытушыларының бірнеше жылғы тәжірибесінің нәтижесінде құрылды.

1. ВАРИАЦИЯЛЫҚ ҚАТАРДЫҢ НЕГІЗГІ СИПАТТАМАЛАРЫ

1.1. Вариациялық қатарлар және олардың графиктері

Мәліметтерді өңдеу жұмысының әдістері екі жүзден астам жылдар аралығында өзбетінше пән ретінде дамып қалыптасты. Өткен ғасырдың 60-шы және 70-ші жылдарда мәліметтерді өңдеу жұмыстарының әдістерін жаппай халық шараушылығының барлық салаларына енгізуге ЭЕМ-ның және 80-ші жылдардан бастап компьютерлердің пайда болуы үлкен ықпал жасады. Статистикалық программалар пакеттері мәліметтерді өңдеу әдістерін әркімге ыңғайлы жасап, орындауға жеңіл жағдайлар туғызды. Қиында, ауыр есептеулерді, күрделі кестелер мен графиктерді тұрғызуды, сонымен қатар барлық алдынала жасалатын дайындық жұмыстарын қазіргі кезде компьютердің өзі орындайтын болды, ал мамандарға тек ұйымдастыру, басқару және шешім қабылдау, атап айтқанда есепті қою, оны шешу әдістерін таңдау және алынған нәтижені түсіндіру сияқты шығармашылық жұмыстар ғана қалды.

Кездейсоқ және алдын ала болжауға болмайтын мәліметтерге байланысты есептерді шығару барысында кейінгі екі жүз жылда математиктер және басқада зерттеушілермен (биологтар, психологтар, экономистер және т.б.) қуатты және өте икемді әдістер кешендері жасалынды. Олардың бәрін бірге математикалық статистика, қолданбалы статистика немесе мәліметтерді талдау деп атап жүр. Аталған пәндерді оқып үйрену арқылы кездейсоқтықтың кеңісінде әртүрлі заңдылықтарды ашуға, дәйекті болжаулар мен қорытындылар жасауға және нөлдік гипотезанын орындалғаны немесе орындалмағаны туралы ықтималдықтың бағасын табуға болады.

Қазіргі жағдайда экономикалық ақпараттардың мәліметтерін жинау, өңдеу, талдау және сақтау мәселелері үлкен мағыналы және маңызды, мәнді болып есептелінеді. Тиімді шешім қабылдауға ықпал жасауға, аналитикалық құрал ретінде бүгінгі таңда қоғам өмірінің барлық аймағында статистикалық әдістерге үлкен қызығушылық тууда. Бүгінгі таңда математикалық статистика әдістерін ғылымда, техникада және экономикада қолдануын былай қойғанда, оны барлық адам, оның ішінде алынған инвестициясынан барынша пайда табу үшін табыскерден бастап, сайлауда дауыс

нәтижесін болжау жасау үшін саясаткерге дейін қолданатын болды. Статистикалық мәлімет әлеуметтік организм ретінде, онсыз мемлекетті басқару мүмкін емес екенін, әртүрлі бағытта даму бағдарламасын құру, тіпті кез келген деңгейде басқару шешімін қабылдауға болмайтындығын тарих дәлелдеді.

Сонымен статистика – мәліметтерді жинау, өңдеу, талдау және өңдеу нәтижелерін түсіндіретін ғылым аймағы.

Статистика арқылы барлығын да дәлелдеуге болады деген кеңінен таралған ұғым, сөзсіз артығырақ айтылған және мұндай ұғым әртүрлі статистикалық әдістерді орынсыз қолданудан пайда болған шектен тыс жасалған қорытынды.

Дегенмен де, статистиканың негізгі мақсаты және міндеті, көптеген мәселелерді, оның ішінде халыққа қазіргі кезде көп кездесетін мәселелерді дұрыс түсінуге көмектесу.

Қарастырылып отырған бөлімде вариациялық қатар туралы түсінік және келесі бөлімдерде қолданылатын, оның негізгі статистикалық сипаттамалары келтіріледі.

Математикалық статистиканың негізгі мақсаты – статистикалық *бас жиынды* зерттеу, яғни жиынның ықтималдық қасиеттерін, оның ішінде бөлініп таралуын, сандық сипаттамаларын және т.б. анықтау.

Негізі қайта-қайта өлшеулер жүргізу арқылы бас жиынның барлық мүшелерінің кездейсоқ мәндерін алуға болады. Бірақ, бас жиынның барлық мүшелерін толық зерттеу барлық жағдайда мүмкін емес және экономикалық тұрғыда тиімсіз. Сондықтан, бас жиыннан берілген бір көлемде өлшеулер жүргізу арқылы сұрыпталған жиын алынады. Сұрыпталған жиын кездейсоқ тәсілмен жиналуына байланысты алынған сұрып жиындарының мүшелері де кездейсоқ мәндерді қабылдайды. Әрі қарай осы жиын бойынша ықтималдық теорияның қасиеттері қолданылып, бас жиынның параметрлері бағаланылады.

Бас жиыннан объектіні таңдау және оның сан мәнін өлшеу *статистикалық бақылау* делінеді. Міне, осы бақылаудың нәтижесінде алынған және арнайы құжатта тіркелген мәліметтер *сұрыпталған жиын (кейбір әдебиеттерде іріктелген жиын)* деп аталады да келесі кезеңде өңделінеді. Өңдеу жұмысы бойынша сұрып жиыны арнайы бір ретке келтіріледі. Реттеу жұмысы бақылау нәтижесінде алынған мәліметтерді бір белгілерімен топ-

топқа біріктіруден басталады. Әдебиеттерде аталған жұмыс *топтастыру* деп аталады. Негізінде топтастыру жұмысы өте жауапты іс, ол тиянақты жүргізілуі тиіс. Себебі, топтастыру белгісі дұрыс анықталмаған жағдайда, мысалға, екі тәсілмен топтастырған бір жиын мәліметтері бойынша бір-біріне қарама-қарсы қорытындылар жасауға болады да, өңдеу нәтижесі сапасыз болып шығады. Топтастыру, оқылып отырған құбылыстың мағынасына сәйкес жүргізіліп, қойылған талапқа жауап беруі тиіс. Топтастыру нәтижесінде алынған вариациялық қатар үлкен мәнді және мағыналы.

Вариация – бір жиынға енетін белгілердің ауытқу мөлшері, яғни ауытқыштығы. Жиындағы мүшелердің мәндерін *варианттар* деп атаймыз.

Жиынның мәндері бойынша вариацияланған белгілер, яғни мәндер жиыны *вариация қатары* делінеді және олар дискретті (үздікті) немесе үздіксіз болуы мүмкін.

Бір-бірінен толық бүтін сан мәндерімен ерекшелінетін сандар қатарын *дискретті вариация* деп атайды.

Бір-бірінен кез келген бөлшек сандармен ерекшелінетін сандар қатарын *үздіксіз вариация* деп атайды.

Мысалға, дискретті вариация белгілері үшін бір отардағы қойлар және ешкілер саны, бір жанұядағы адамдар саны және т.б., ал үздіксіз вариация белгілері ретінде тәуліктегі уақыт, бір отардағы қойлардың салмақтары және т.б.с.с.

Вариация қатарын ұйымдастыруға мысал келтірейік. Мысалы, шошқа фермасында 65 мегежін тіркелді. Әр аналық шошқадан алынған торайлар саны мынадай болсын: 8, 9, 12, 10, 6, 7, 11, 8, 6, 8, 9, 12, 7, 6, 11, 5, 8, 8, 6, 12, 5, 9, 7, 10, 6, 8, 9, 11, 8, 7, 10, 9, 5, 10, 8, 11, 6, 7, 9, 8, 6, 11, 7, 10, 8, 9, 7, 8, 8, 10, 9, 7, 11, 10, 8, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 8, 5, 7, 9.

Бақылау нәтижесін тіркеу ретімен және осы жиында варианттардың қайталану санымен берілген мәліметтерді бір қатарға орналастырайық:

варианттар x_i	8	9	12	10	6	7	11	5
вариант саны f_i	15	10	3	9	7	11	6	4

Сөйтіп, вариация қатарын алдық. Әр варианттың қанша рет берілген жиында кездесетінін көрсететін сан *жиілік* немесе

вариант өлшемі деп аталады. Вариациялық қатардың барлық жиіліктерінің қосындысы сұрып жиынның мөлшеріне тең, яғни:

$$f = \sum_{i=1}^8 f_i = n = 65.$$

Жиілік (өлшем) тек абсолюттік шамамен емес, қатынастық мөлшерде – меншікті салмақпен немесе пайызбен, яғни осы көрсеткіштің жиынның жалпы санына қатынасымен өлшенуі мүмкін. Мұндай жағдайда өлшемдер *қатынастық жиілік* немесе *жиілгіштер* деп аталады. Жиілгіштердің жалпы қосындысы бірге тең, яғни $\sum f_i/n = 1$, егер жиіліктің бақылаудың жалпы санына n қатынасы пайызбен өрнектелсе, онда $\sum (f_i/n) \cdot 100 = 100\%$.

Берілген мәліметтерді вариация қатарына орналастыру екі мақсат үшін жасалынады. Оның бірі – жалпы сандық сипаттамаларды, оның ішінде орташа шаманы және вариация көрсеткішін есептеуді тездету және оңайлату болса, ал екінші мақсаты- оқылып отырған белгінің вариация заңдылықтарын анықтауды көздейді. Жоғарыдағы келтірілген вариациялық қатар бірінші мақсатты қанағаттандырғанымен, екінші мақсатты қанағаттандырмайды. Берілген бөлініп таралу қатары қойылған талаптарға жауап беру үшін оны белгінің өсу ретімен қайта орналастыру керек.

Қатарды реттеу іс-әрекеті, яғни варианттарды өсу немесе кему ретімен орналастыру жұмысы қатарды *рангі* (ранжировать) бойынша орналастыру деп аталады.

Жоғарыдағы келтірілген мысалдағы мәліметтерді осы мақсатта төмендегі ретпен орналастырамыз:

вариантар x_i	5	6	7	8	9	10	11	12
жиіліктер f_i	4	7	11	15	10	9	6	3

Енді, алынған вариациялық қатар бірінші және екінші мақсатқа жетуді қамтамасыз етеді.

Егер *рангі* (өсу ретімен) бойынша реттелген қатарда минимальды немесе максималды варианттардың мәндері көрші варианттың мәнінен ерекше кем немесе артық болса, онда олардың осы жиынға жататынын немесе жатпайтынын тексеру керек. Мұндай жағдай қарастырылып отырған мәліметті бақылағанда өрескел қате жіберілгенде пайда болуы мүмкін. Сондықтан, ерекше өзгерістегі мәліметтерді жиыннан алып тастау орынды. Бірақ, кез

келген бөлектенген вариантты дәйексіз алыптастауға болмайды. Осы мақсатты (нөлдік гипотеза–сенімсіз вариант қарастырып отырған жиынға кіреді) тексеру үшін арнайы критерий қолданылады.

Максималды вариант (варианттардың бөлініп таралуы нормалдық заңға бағынса немесе оған жақын жатса) үшін мынадай формула қолданылады:

$$t_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}, \quad (1.1)$$

мұнда t_n – максималды вариант x_n жиынға жататынын дәлелдейтін критерий;

x_n – максималды вариант;

x_{n-1} – максималды варианттың алдындағы вариант;

x_2 – минималды варианттан кейінгі вариант.

Минималды вариант үшін:

$$t_1 = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}, \quad (1.2)$$

мұндағы t_1 – минималды вариант x_1 жиынға жататынын дәлелдейтін критерий;

x_2 – минималды варианттан кейінгі вариант;

x_{n-1} – максималды варианттың x_n алдындағы вариант.

Қабылданған α дәлдіктің деңгейінде және сұрыпталған жиын көлемінде, егер $t_p \geq t_s$ шарты орындалса, онда нөлдік гипотеза қабылданбайды.

Мысал келтірейік. Егістіктің 6 бөлігінен күздік карабидайдан мынадай түсім алынған:

Участік нөмірлері	1	2	3	4	5	6
варианттар, x_i	20,8	21,9	23,2	24,6	25,1	30,8

Келтірілген варианттарда $x_6 = 30,8$ басқа варианттардан ерекше үлкен. Осы вариант қарастырылып отырған жиынға жата ма, яғни нөлдік гипотезаны H_0 тексерейік. Ол үшін (1.1) формуланы қолданып критерийді есептейміз:

$$t_n = \frac{30,8 - 25,1}{30,8 - 21,9} = \frac{5,7}{8,9} = 0,64.$$

3-ші қосымшадағы (статистикалық кестелерді қараңыз) t_n - кестеден, мына жағдайда $\alpha = 0,05$ және $n = 6$, табамыз $t_s = 0,69$. Мына: $t_p = 0,64 < t_s = 0,69$ шарт нөлдік гипотезаны қабылдамауға негіз болып есептелінеді. Сондықтан, барлық варианттар қарастырылып отырған жиынға жатады және орташа түсімді есептегенде 30,8 вариантты алып тастауға болмайды.

Берілген (1.1) және (1.2) формулалармен ең шеткі варианттардың өзгешеліктерімен қатар оларға көрші варианттардың да ерекше өзгешеліктерін тексеруге болады. Мысалға, келтірілген вариация қатарынан (1.1) формула бойынша 25,1 вариантты және (1.2) формуламен 21,98 вариантты тексерейік. Егер осы варианттар қарастырылып отырған жиынға жатпаса, онда 30,8 және 20,8 жатпайды. Сөзсіз сұрыптың статистикалық сипаттамасы сұрыпқа жатпайтын варианттарды алып тастағаннан кейін есептелінуге тиіс.

Белгінің вариациясына (дискретті немесе үздіксіз және кең енді немесе еңсіз) байланысты статистикалық жиын аралықсыз немесе аралық вариациялық қатарға бөлініп таралады. Бірінші жағдайда жиілікке белгінің ранг мәні сәйкес келеді де, ал екінші жағдайда әр вариациялық қатардың (төменгі және жоғарғы) шекарасына сәйкес келетін сандарды санап жиілікті анықтайды. Вариациялық қатар мынадай түрге бөлінеді:

– аралық қадамы бірдей вариациялық аралық қатар. Әр аралық вариациялық қатардың жоғарғы мәні келесі аралық вариациялық қатардың төменгі мәніне сәйкес келеді. Мұндай тәсіл өте ыңғайлы және математикалық статистикада жиі қолданылады;

– аралық қадамы бірдей емес аралық вариациялық қатар.

Аралық қадамы бірдей емес аралық вариациялық қатар тәжірибеде жиі қолданылмайды. Сондықтан, көп жағдайда міндетті түрде аралық қадамы бірдей вариациялық аралық қатар құрылады. Мұндай тәсіл белгінің вариациялық заңдылықтарын аңғаруға, вариациялық қатардың қорытынды сипаттамаларын есептеуге және вариациялық қатарды басқа қатарлармен салыстыруға көмектеседі.

Бірдей аралық вариациялық қатарды құру үшін бірінші кезекте аралық қадамды белгілеу маңызды. Аралық қадам немесе

кейде аралық вариация қатарының ені деп атайды. Әрі қарай тексте қадам делінеді. Қадам тым ұзын немесе қысқа болса, қарастырылып отырған жиынды сипаттайтын вариациялық заңдылық өзгереді де, зерттеуші дұрыс шешім қабылдамауы мүмкін. Негізінде қадамның оптималды мәнін табу үшін сұрыптық жиын, оның максималды және минималды вариантының аралығында класқа (аралыққа) k бөлінеді. Ол үшін Стэрджесс формуласы қолданылады:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg n.$$

Аралық вариация қадамы мына формуламен есептелінеді:

$$z = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg n}, \quad (1.3)$$

мұндағы x_{\max} және x_{\min} – максималды және минималды варианттар; n – сұрыптық жиын мүшелерінің саны.

Егер z – бөлшек сан болса, математикалық ереже бойынша жуықтап бүтін санға айналдырады.

Аралық вариациялық қатардың шеткі шегі мына формулалармен анықталынады:

$$x_{n_i} = x_{\min} + (i-1) \cdot z, \quad (1.4)$$

$$x_{e_i} = x_{\min} + i \cdot z, \quad (1.5)$$

мұндағы x_{n_i} , x_{e_i} – i -ші аралық қатардың төменгі және жоғарғы мәні.

Сонымен қатар i -ші аралықтың жоғарғы мәні $(i + 1)$ -ші аралықтың төменгі мәніне сәйкес болғандықтан аралық жиілікті есептегенде оның төменгі мәніне тең немесе үлкен және жоғарғы мәнінен кіші жиын мәндері алынады.

Қадам өлшем бірлігі алғашқы белгінің өлшем бірлігінің дәлме-дәлдігіне сәйкес келгені жөн. Мысалы, ($n = 80$) сиыр сүтінің майлылық мөлшерінің вариациясы 3,30 –дан 4,51% аралығында. Олай болса (1.3) формуламен есептелген аралық қадам.

$$z = \frac{4,51 - 3,30}{1 + 3,322 \cdot \lg 80} = \frac{1,21}{1 + 3,322 \cdot 1,9031} = 0,165 \approx 0,17,$$

$z \neq 1$, демек, аралық вариациялық қатар үздіксіз бөлініп таралады.

Үздіксіз аралық қатарда негізгі параметр ретінде осы аралықтың орта шамасы алынады, яғни:

$$\bar{x}_i = \frac{x_{\sigma_i} - x_{\pi_i}}{2}. \quad (1.6)$$

Нәтижесінде үздіксіз аралық қатар үздікті қатарға айналады. Мұндай түрлендірудің қажеттігі орташа дисперсияны есептеуге байланысты туады. Мысал келтірейік.

Шошқа фермасында 65 аналық шошқаның торайлағаны белгілі. Әр аналық шошқадан алынған торайлар саны 5 пен 12 аралығында, яғни $x_{\min} = 5$ және $x_{\max} = 12$. Осыдан

$$z = \frac{12 - 5}{1 + 3,322 \cdot \lg 65} = \frac{7}{1 + 3,322 \cdot 1,8129} \approx 1,0.$$

Белгі дискретті және $z = 1$, сондықтан бақылау жиыны үздікті қатар бойынша бөлініп таралады, яғни ранг (өсу ретімен реттелген) бойынша орналасқан белгі осы қатардың класы болып есептелінеді (1.1 кесте).

1.1-кесте

класы x_i	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
жиілік f_i	4	7	11	15	10	9	6	3	65

Құс фермасында 50 тауық бойынша әр тауықтан жылына алатын жұмыртқа санының вариациясы 164-тен 270-ке дейінгі аралықта. Топ кластарының аралық қадамымен санын анықтаңыз:

– топ саны

$$1 + 3,322 \cdot \lg 50 = 1 + 3,322 \cdot 1,69897 = 6,644 \approx 7;$$

– қадамы (аралық ені)

$$z = \frac{270 - 164}{1 + 3,322 \cdot \lg 50} = \frac{106}{1 + 3,322 \cdot 1,69897} = 15,954 \approx 16.$$

Оқылып отырған мәліметтер дискретті болуына қарамастан, класс аралық қадам z бірге тең болмауына байланысты жиынды аралық үздіксіз вариациялық қатарға бөліп таратуға болады. Ол

үшін топтың төменгі және жоғарғы шеттік мәндерін есептейміз, яғни (1.4) формуламен төменгі:

$$x_{n_1} = x_{\min} + (1-1) \cdot z = 164 + 0 = 164.$$

(1.5) формуламен жоғарғы:

$$x_{e_1} = x_{\min} + 1 \cdot z = 164 + 16 = 180.$$

Бірінші топтың жоғарғы мәні екінші топтың төменгі мәніне сәйкес, яғни $x_{n_2} = 180$, ал оның жоғарғы мәні (1.5) формула бойынша:

$$x_{e_2} = 164 + 2 \cdot 16 = 196.$$

Немесе бірінші топтың жоғарғы мәніне кадам мәнін (16) қоссақ сол нәтижені аламыз $z = 16$:

$$x_{e_2} = x_{e_1} + z = x_{n_2} + z = 180 + 16 = 196.$$

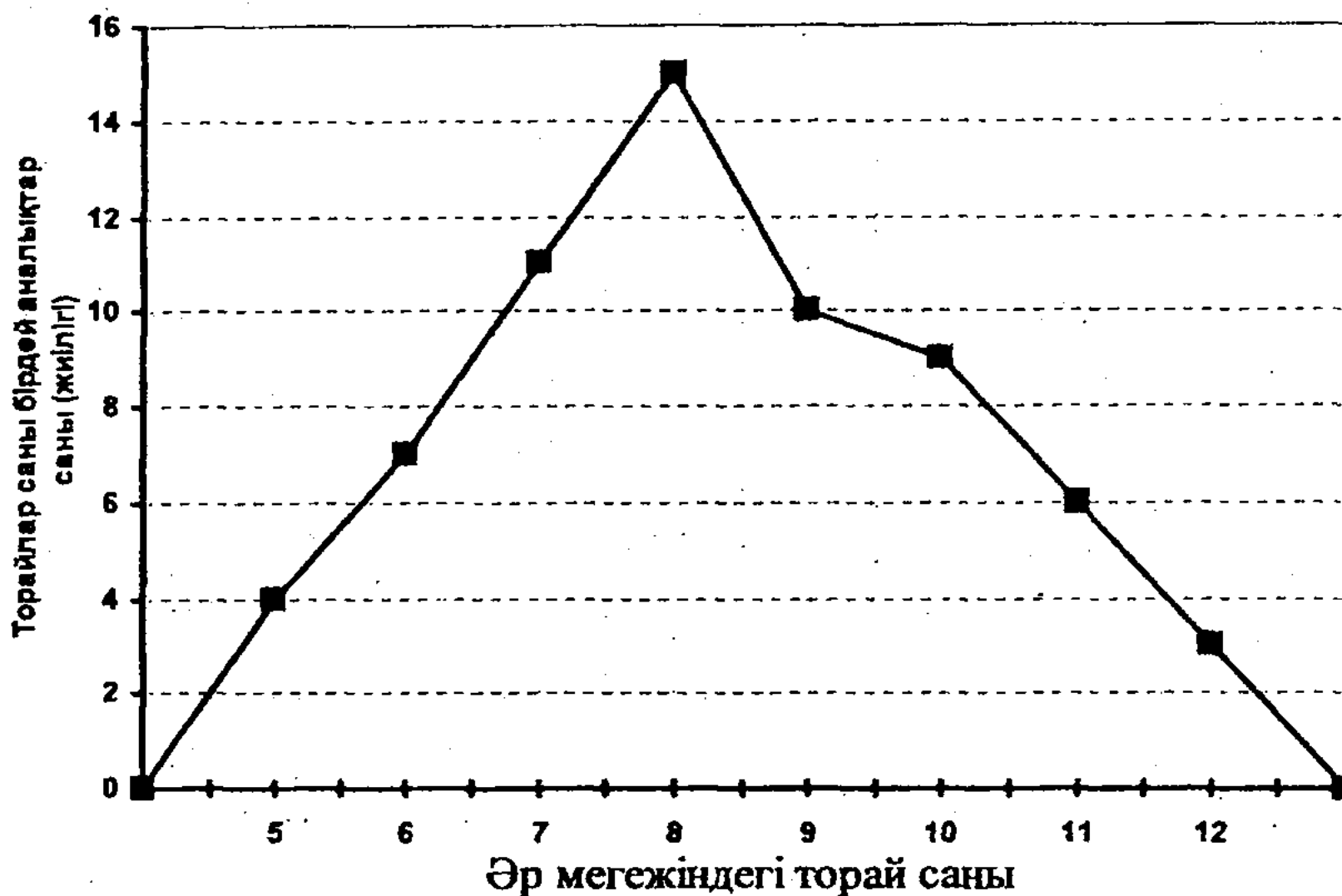
Осы ретпен қалған топтардың шектік мәндерін анықтаймыз:

$$164 - 180 - 196 - 212 - 228 - 244 - 260 - 276.$$

Вариациялық қатардың графигі. Вариациялық қатардың бейне көрінісін байқау үшін оның графигін тұрғызады. Ол үшін координаттар жүйесі тұрғызылады да, абсцисса өсіне вариация қатарының мәндерін, ал ордината өсіне оларға сәйкес жиілікті (немесе жиілгішті) отырғызады.

Дискретті вариациялық қатар болса, биіктігі жиілігіне сәйкес келетіндей етіп әр вариациялық дискретті белгіге, яғни абсцисса өсіне тік бұрышты сызық жүргізіледі. Осы тікбұрышты сызықтарының төбелерін қосып көпбұрыш алынады. Оны *бөлініп таралу кеңісі* (полигон распределения) деп атайды да, төбелерді қосқан сызықтарды вариация қисығы немесе вариация жиілігінің бөлініп таралу қисығы дейді. Жоғарыда айтқандай бөлініп таралу кеңісі дискретті және үздіксіз вариациялық қатарға да тұрғызылуы мүмкін. Кеңістің барлық ординаттарының ұзындықтарының қосындысы, яғни жиіліктердің қосындысы $\sum f_i$ сұрып жиынының көлеміне n тең. 65 шошқа аналықтарының торайлар санының вариациясының (1.1-кесте) бөлініп таралу кеңісінің графигі 1.1-суретте келтірілген.

Гистограмма – бұл аралық үздіксіз вариациялық қатардың биіктігі әр түрлі тікбұрышты төрт бұрышпен салынған көрінісі. Абсцисса өсіне белгілердің өзгеріс аралықтары отырғызылған, ал тікбұрышты төрт бұрыштың биіктігі аралық топтардың жиілігімен сәйкестендірілген (Ескерту: қатынастық жиіліктер бөлініп таралудың тығыздығы делінеді).



1.1 – сурет. Дискретті вариациялық қатардың бөлініп таралу кеңісі

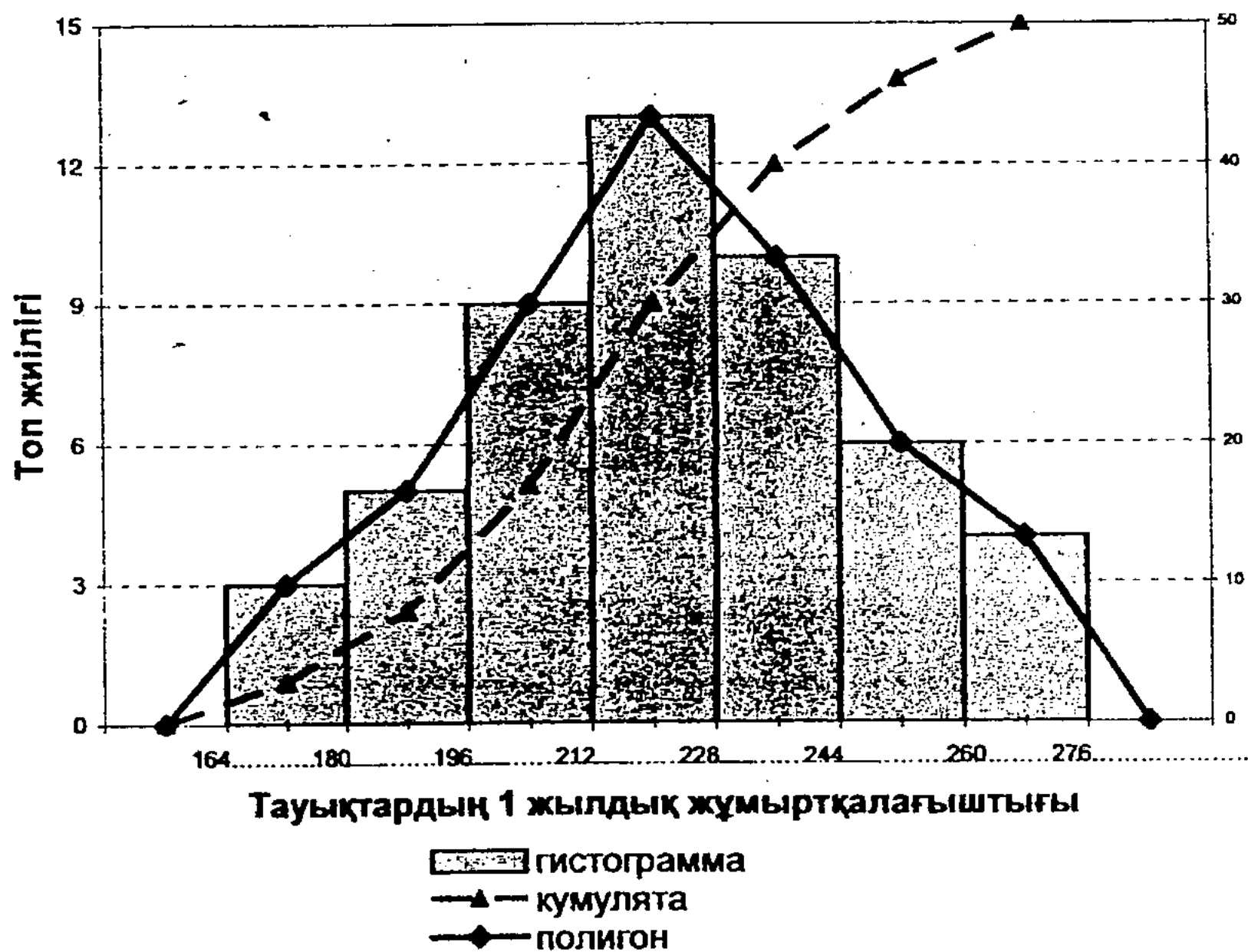
1.2-кесте

Тауықтарды жұмыртқалағыштығы бойынша топтастыру

Бір жылдық жұмыртқалағыштығы бойынша тауық топтары, x_i	Топ аралығының ортасы, \bar{x}_i	Тауық саны (жиілігі), f_i	Топтың өсу ретімен жиналған жиілік жиыны, $\sum f_i$
164 – 180	172	3	3
180 – 196	188	5	8
196 – 212	204	9	17
212 – 228	220	13	30
228 – 244	236	10	40
244 – 260	252	6	46
260 – 276	268	4	50

Кез келген гистограмманы кеңіске айналдыруға болады. Ол үшін барлық тікбұрышты төртбұрыштың жоғары қабырғаларының ортасын бір сызықпен қосамыз, нәтижесінде кеңіс алынады.

Вариациялық қатар бойынша жиіліктер жиынымен тұрғызылған график *кумулята* деп аталады. Ол белгінің вариациялық заңдылығының функциясын бейнелейді. 1.2-кесте-дегі мәліметтер бойынша тұрғызылған жоғарыдағы аталған графиктер 1.2-суретте келтірілген.



1.2 -сурет. Үздіксіз аралық вариациялық қатардың гистограммасы, кеңісі (полигоны) және кумулятасы

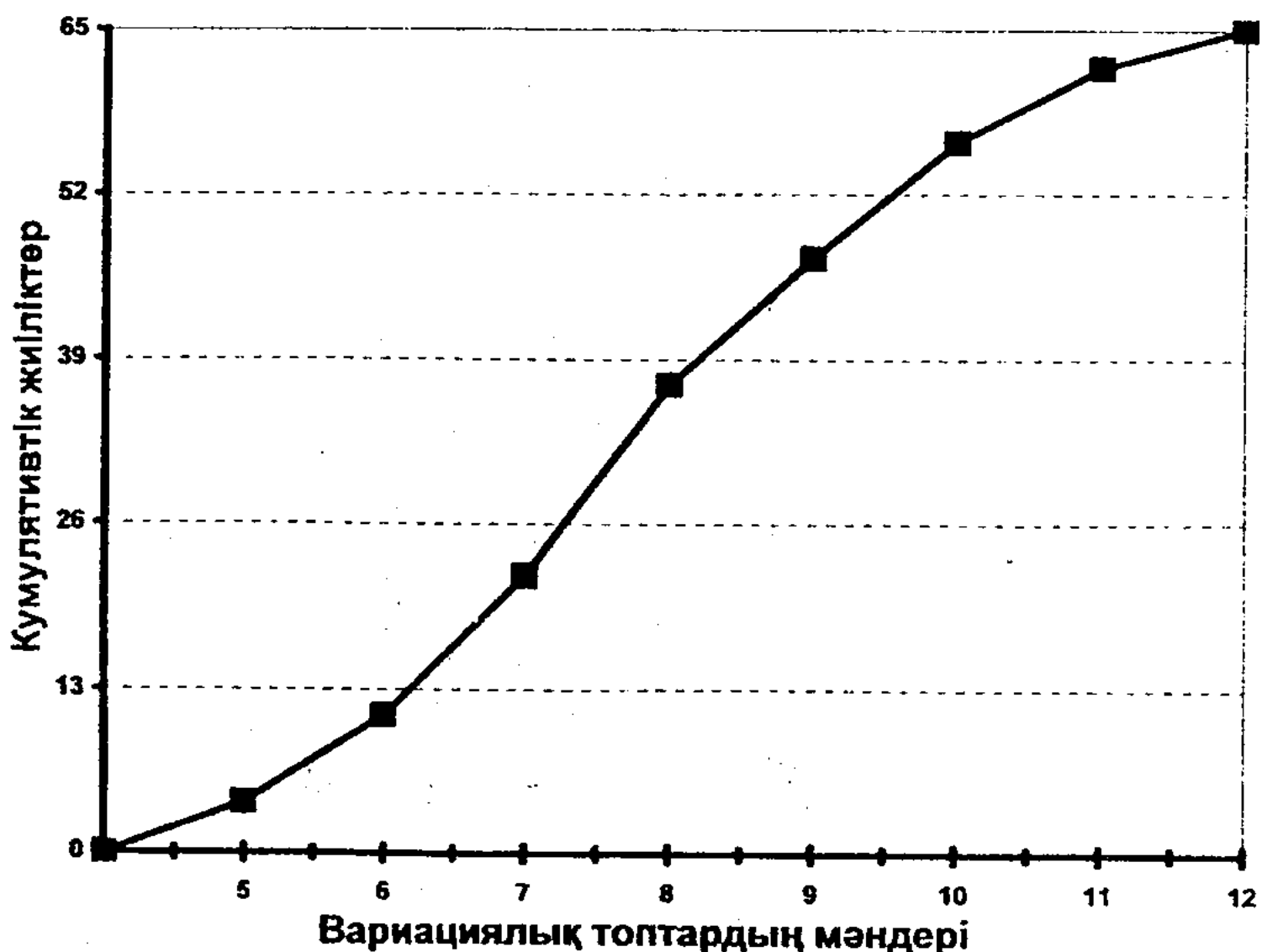
Топ өсу ретімен жиілік қосындыларынан құрылған графикті *кумулята* деп атайды. Дискретті қатар үшін график тұрғызғанда, бірінші топтың жиілігінен басталып жиіліктер жинала береді де сол жиынның мәніне сәйкес ординаталар төбелерін түзу сызықпен қоса береміз, нәтижесінде кумулята алынады.

Үздіксіз вариациялық қатар үшін график нөлден басталып сызықтың екінші ұшы бірінші топтың жиілігіне сәйкес келсе, ал келесі екі топтың жиіліктерінің қосындысының мәніне сәйкес-

тендіріп әрі қарай осы ретпен график тұрғызыла береді. Кумулятивтік қисықты кейде жиілік жиындарының кеңісі деп атайды.

Шошқа фермасындағы аналықтардың өнімі, яғни торайлар саны мынадай кумулятивтік қисықпен сипатталынады (1.3-сурет):

Жиілік f_i	4	7	11	15	10	9	6	3
Кумуляталар Σf_i	4	11	22	37	47	56	62	65



1.3-сурет. Торай сандарының кумулятивтік бөлініп таралуы

Графикті тұрғызу жауапты істің бірі екенін атап өткеніміз жөн. Абсцисса өсінде вариация қатарының мәнінің масштабы дұрыс қойылмауы себепті, кейде ол сүйір немесе доғал төбелі болуы мүмкін. Мұндай жағдайда оқылып отырған белгінің заңдылығы қатты өзгеріске ұшырайды да, график зерттеушіге дұрыс шешім қабылдауға ықпал жасамайды.

Осындай жағдайды болдырмау үшін “Алтын қиыс” ережесі қолданылады. Осы ереже бойынша геометриялық құрылыстың табанының биіктігіне қатынасы мына мөлшерде болуға тиісті: 1:0,62. Сонымен, вариациялық қисықтарды тұрғызған кезде тікбұрышты төрт бұрыштың координаттарының масштабын оның табаны биіктігінен (яғни ең максималды ординатаға сәйкес) 1,5–2,0

есе көп болатындай есеппен алған жөн. Топтық вариациялық қатарды нөлден бастаса вариациялық қисық көзге көрнекті болады да және бас жиынның вариациялық заңдылығын дұрыс бейнелейді.

1.2 Орташа шамалар

Вариациялық қатарлар және олардың графиктері оқылып отырған белгінің вариациясының бейнелік көрінісін бергенмен де, олар вариацияланатын объектіні толығымен сипаттай алмайды. Сондықтан, оқылып отырған жиынға тиісті барлық заңдылықтарды түсіндіретін көрсеткіштерді табу керек.

Мұндай көрсеткіштер аз болса және олар оқылып отырған белгіні толығымен сипаттап, ой-жүйеге ыңғайлы белгілі бір қасиеттермен анықталса, сонымен қатар ондай көрсеткіштерді есептеу жеңіл жолмен жүрсе, зерттеушіге ұтымды болатыны сөзсіз. Осындай көрсеткіштердің ең маңыздысына орташа шамалар жатады.

Орта шамалар – бұл статистикалық түсінікте бір типті құбылыстардың бір жиындық сандық белгілерінің қорытынды көрсеткіштері.

Орта шамаларды анықтаудың мақсаты:

- оқылып отырған көрсеткішке кездейсоқ факторлардың әсерін жеңілдету;
- берілген көрсеткішті өрнектейтін қорытынды көрсеткішті анықтау.

Басқаша айтсақ, орта шама – бұл ақпараттың ең қоюланған жері, барлық белгілер жиынының орнына бір-ақ көрсеткіш алынады да, ол келесі талдауларда қолданылады, яғни орта шама барлық бақылау қатарының “елшісі” болып есептеледі.

Орта шама үлкен тиянақты көрсеткіш, ол барлық бір өлшем бірліктегі жиын мүшелерін бір орта шамамен сипаттайды. Орта шама әр түрлі мән қабылдағанымен, ол әркімге түсінікті және сенімді. Орта жас, орта бой, орташа өнімділік, орташа түсім, орташа үлгерім және басқада орта шамалар абстракциялық түсініктер. Бірақ, осы көрсеткіштер мәндері әртүрлі аралықта кездесетін, көптеген ақпараттардың дәйекті бір тиянақты мәнін сипаттайды және олардың сапалы жағын толық бейнелейді.

Орта шамалар әртүрлі болуы мүмкін. Орта шаманы анықтамас бұрын мына сұрақтарға жауап беріледі: орта шамада оқылып отырған қатардың қандай қасиетін көрсетпекпіз немесе орта шаманы анықтауда қандай мақсат көзделуде?

Бірдей аралықты вариациялық қатар үшін статистикалық сипаттамалары ретінде дәрежелік және құрылымдық (реттемелі) орта шамалар қолданылады.

Дәрежелі орта шамалар: арифметикалық, гармониялық, геометриялық, квадраттық, кубтық және тағы басқаларға бөлінеді.

Құрылымдық орта шамаға мода және медиана жатады.

Орташа геометриялықтан басқа дәрежелі орта шамалар k мәні бойынша мына формуламен анықталынады:

$$M = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^k}{n}}, \quad (1.7)$$

мұнда M – орта шама; x_i – i -ші вариант; n – орта шама анықталынып отырған сұрып жиынының мөлшері.

Аралық вариациялық қатардың жиілігі (өлшемі) белгілі болған жағдайда дәрежелік орта шамалар k -ң әртүрлі мәнінде орта өлшенген көрсеткіш мына формуламен есептелінеді:

$$M = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^z x_i^k \cdot f_i}{\sum_{i=1}^z f_i}}, \quad (1.8)$$

мұндағы z – кластық аралықтардың саны;

f_i – i -ші варианттың жиілігі (өлшемі).

Дәрежелі орта шамалардың мәндері бір-бірінен өзгеше болады. Бұл өзгеріс k -ң мәніне сәйкес келеді, яғни k өскен сайын, сол мәнге сәйкес орташа көрсеткіш үлкейе береді. Сонымен, дәрежелік орташа көрсеткіштердің k мәніне байланысты өсу реті былай жүреді: гармониялық ($M_{\text{гарм}}$), геометриялық ($M_{\text{геом}}$), арифметикалық ($M_{\text{ариф}}$), квадраттық ($M_{\text{квад}}$) және кубтық ($M_{\text{куб}}$), яғни:

$$k = -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$M = M_{\text{гарм}} \leq M_{\text{геом}} \leq M_{\text{ариф}} \leq M_{\text{квад}} \leq M_{\text{куб}}.$$

Арифметикалық орташа. Барлық дәрежелі орташалардың ішіндегі жиі қолданылатыны арифметикалық орташа. Сондықтан, егер орта шаманы есептеу керек болса басқа орташалардың түрі қарастырылмай, бірден арифметикалық орта шама есептелінеді. Бұл көрсеткіш оның айналасында топтастырылатын барлық варианттардың бөлініп таралуының орталығы делінеді. Берілген мәліметтердің сипатына байланысты арифметикалық орташа жай немесе өлшенген болуы мүмкін.

Жай арифметикалық орташа мына формуламен анықталады:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.9)$$

мұндағы X_i – сұрыптық жиынның i -ші мүшесінің мәні;

$\sum_{i=1}^n$ – 1-ші мүшеден (x_1) n -ші мүшеге дейінгі мәндерді қосу

белгісі; n – сұрыптық жиынның мүшелерінің саны.

Арифметикалық орташа сұрып жиынын ең толық сипаттайтын қарапайым көрсеткіш.

1.3-кесте

Қазақстан Республикасының облыстары бойынша дәнді дақылдардың егіс ауданы, 1 га алынған түсім және жалпы алынған өнім (2002 жылғы деректер)

Облыстар	Егіс ауданы, мың га	Түсім, ц/га*	Жиналған өнім, мың т
Ақмола	3590,4	9,1	3233,6
Ақтөбе	753,7	5,8	438,9
Алматы	485,1	22,6	1072,5
Атырау	0,9	6,0	0,5
Шығыс Қазақстан	567,4	16,5	932,1
Жамбыл	372,0	20,7	734,9
Батыс Қазақстан	617,8	9,2	566,4
Қарағанды	792,1	9,2	719,6
Қостанай	2974,0	11,8	3487,1
Қызылорда	70,1	28,0	191,3
Павлодар	544,7	11,8	630,6
Солтүстік Қазақстан	3017,0	11,3	3401,3
Оңтүстік Қазақстан	236,5	23,7	550,4
Барлығы	14021,7	11,4	15959,2

*) Жиналған егістен алған түсім.