



СЕВЕРО-КАЗАХСТАНСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М. КОЗЫБАЕВА

12015

491 к

Р. А. АКБЕРДИН  
А. С. РВАНОВА

**КУРС ЛЕКЦИЙ  
ПО ОСНОВАНИЯМ ГЕОМЕТРИИ**

*учебно-методическое пособие*

Петропавловск  
2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР. СИСТЕМА АКСИОМ ГИЛЬБЕРТА.....	8
1.1. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида.....	8
1.2. Пятый постулат Евклида.....	10
1.3. Система аксиом Гильберта (обзор) (I – II группы аксиом).....	14
1.4. Система аксиом Гильберта (обзор) (III – V группы аксиом).....	19
1.5. Сумма углов треугольника. Теоремы Саккери- Лежандра.....	23
1.6. Некоторые предложения, эквивалентные аксиоме параллельности Плейфера.....	24
ГЛАВА 2. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АКСИОМАТИКИ. КОНЕЧНЫЕ ГЕОМЕТРИИ.....	30
2.1. Понятие о математической структуре.....	30
2.2. Интерпретация (модель системы аксиом). Непротиворечивость системы аксиом.....	34
2.3. Изоморфизм математических структур.....	37
2.4. Независимость системы аксиом.....	40
2.5. Полнота системы аксиом.....	43
2.6. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта.....	44
2.7. Независимость аксиом принадлежности системы аксиом Гильберта.....	53
2.8. Независимость аксиом порядка системы аксиом Гильберта.....	57
2.9. О полноте системы аксиом Гильберта.....	60
2.10. Система аксиом конечной проективной плоскости. Непротиворечивость и независимость.....	61
2.11. Система аксиом конечной аффинной плоскости. Непротиворечивость и независимость.....	67

## ГЛАВА 3. НЕКОТОРЫЕ АКСИОМАТИКИ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ .....

- 3.1. Система аксиом Погорелова евклидовой геометрии (школьного курса геометрии) (обзор).....
- 3.2. Система аксиом Вейля евклидовой геометрии.....
- 3.3. О непротиворечивости и полноте системы аксиом Вейля.....
- 3.4. Эквивалентность систем аксиом Вейля и Погорелова .....
- 3.5. Система аксиом Колмогорова евклидовой геометрии (школьного курса геометрии) (обзор).....
- 3.6. Система аксиом Александрова евклидовой геометрии (школьного курса геометрии) (обзор).....
- 3.7. Сравнительный анализ некоторых систем аксиом евклидовой геометрии.....
- 3.8. Структурная схема школьного учебника «Геометрия 7–9» Атанасян Л.С. и др.....

## ГЛАВА 4. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН.....

- 4.1. Длина отрезка. Теорема существования.....
- 4.2. Длина отрезка. Теорема единственности .....
- 4.3. Площадь многоугольника. Теорема существования .....
- 4.4. Площадь многоугольника. Теорема единственности .....
- 4.5. Квадрируемые фигуры .....
- 4.6. Теория объемов (обзор).....
- 4.7. Равновеликость и равноставленность многоугольников и многогранников .....
- 4.8. Понятие величины .....

## ГЛАВА 5. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО .....

- 5.1. Лобачевский и его геометрия .....
- 5.2. Параллельные прямые.....
- 5.3. Свойства параллельных прямых .....
- 5.4. Расходящиеся (сверхпараллельные) прямые в плоскости Лобачевского .....

5.5. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Интерпретация (модель) Пуанкаре плоскости Лобачевского .....	144
5.6. Угол параллельности. Функция Лобачевского .....	151
5.7. Треугольники и четырехугольники в плоскости Лобачевского .....	157
5.8. Окружность. Эквидистанта. Орицикл .....	161
5.9. Окружность, эквидистанта, орицикл в модели Пуанкаре .....	166
5.10. Свойства окружности, эквидистанты, орицикла .....	170
5.11. Некоторые предположения, эквивалентные аксиоме параллельности Лобачевского .....	172
5.12. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной кривизны .....	175
5.13. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Интерпретация (модель) Кэли-Клейна плоскости Лобачевского .....	177
5.14. Значение геометрии Лобачевского .....	180
<b>ГЛАВА 6. НЕЕВКЛИДОВЫ ГЕОМЕТРИИ .....</b>	<b>183</b>
6.1. Элементы сферической геометрии .....	183
6.2. Площадь и сумма углов сферического треугольника .....	187
6.3. Теоремы косинусов и синусов для сферического треугольника .....	189
6.4. Понятие об эллиптической геометрии Римана .....	192
6.5. Некоторые схемы построения геометрий .....	197
6.6. О классификации некоторых неевклидовых геометрий .....	199
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ .....</b>	<b>202</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2. СЕМЕСТРОВОЕ ЗАДАНИЕ .....</b>	<b>214</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ТЕМАТИКА РЕФЕРАТОВ .....</b>	<b>218</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ .....</b>	<b>222</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>244</b>